

直立层状岩质边坡失稳模型及临界高度分析

刘红岩^{1,2}, 刘 冶¹, 邢闯锋¹, 张吉宏^{3,4}

(1. 中国地质大学(北京)工程技术学院, 北京 100083; 2. 西藏大学工学院, 西藏 拉萨 850000;
3. 长安大学地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710064; 4. 中国有色金属工业西安勘察设计研究院, 陕西 西安 710064)

摘要: 目前根据直立层状岩石边坡失稳破坏机理, 其破坏形式大体可归纳为两类: 溃屈破坏和倾倒破坏, 其中溃屈破坏类似于经典的欧拉压杆失稳理论, 但又有着明显的差异。在对二者异同的力学本质进行阐述的基础上, 基于欧拉压杆稳定性计算原理并采用能量方法推导了自重荷载作用下直立岩层不致发生溃屈失稳破坏的临界高度计算公式, 并与其他研究者提出的计算公式进行了对比分析。结果表明由本文提出的计算方法得到的直立岩质边坡不致发生溃屈失稳破坏的临界高度仅约为其他研究者相应计算结果的 75%。

关键词: 直立层状岩石边坡; 压杆失稳; 自重荷载; 临界高度

文章编号: 1003-8035(2012)04-0027-04

中图分类号: P642. 22

文献标识码: A

0 引言

层状岩质边坡是目前工程建设中经常遇到的一大类边坡问题, 也有不少学者从不同角度对该类边坡的破坏机理进行了较为深入的研究, 并取得了丰硕的研究成果^[1-4]。目前研究认为顺层岩质边坡的破坏形式通常与边坡倾角、岩层倾角及二者的不同组合形式等有很大的关系, 如在高陡情况下, 边坡易产生倾倒崩塌; 当岩层倾角小于边坡倾角时, 经常发生岩层之间的相对滑动而引起边坡的失稳; 当岩层倾角等于或大于边坡的倾角时(角度均不是很大), 通常都认为岩层产生滑动弯曲导致边坡的破坏。但是当岩层的长度、倾角或其受力方向满足一定的条件时, 其破坏模式将可能发生变化, 例如如图 1 所示高度很大的直立岩石边坡, 而其受到的荷载主要是自重, 一般与岩层轴线重合, 那么在这种情况下岩层将会产生其特有的破坏模式, 张天军^[5]把层状岩质边坡的破坏模式归纳为如图 2(a)、(b)所示的两种力学模型, 即溃屈力学模型和倾倒力学模型, 他采用自重作用下的梁柱力学模型对第二种破坏模式即倾倒破坏进行了分析, 并考虑岩石的流变性, 给出了直立边坡极限高度的求解方法。而对于第一种破坏模式即溃屈力学模型, 则类似于图 2(c)所示的压杆稳定问题, 因此孙广忠^[2]、肖树芳^[6]等分别采用欧拉压杆稳定力学模型对其破坏机理及边坡极限高度等问题进行了研究。

然而尽管有不少学者已经采用欧拉压杆理论对层状岩石边坡的溃屈问题进行了一定的研究, 但是笔者认为他们在把实际工程地质模型简化为力学模型

时, 忽略了一些主要因素, 导致简化后的力学模型与实际工程地质模型不甚相符, 进而使得计算结果出现了较大的误差。为此, 本文就在对欧拉压杆理论适用条件进行讨论的基础上, 对前人简化后的力学模型中存在的问题进行讨论, 进而提出更为合理的力学简化模型, 并利用该模型对直立岩质边坡溃屈失稳的临界高度进行了计算分析。



图 1 直立层状岩质边坡

Fig. 1 the vertical layer rock slope

收稿日期: 2012-06-27; **修订日期:** 2012-10-18

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2010ZY45); 国家自然科学基金项目(41002113、41162009); 教育部科学技术研究重点项目(2011175)

作者简介: 刘红岩(1975—), 男, 河南扶沟人, 博士, 副教授、工程地质专业。

E-mail: lhy1204@cugb.edu.cn

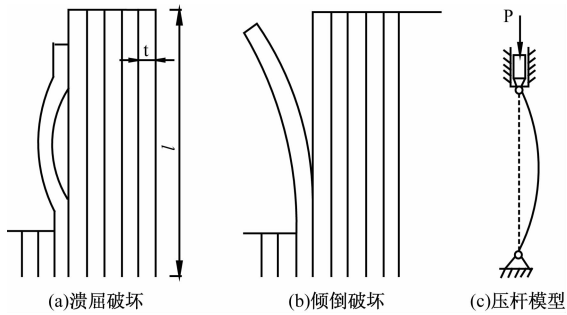


图2 直立层状岩质边坡破坏形式及两端铰支压杆模型
Fig. 2 Failure modes of the vertical layer rock slope and the pressure bar model with hinged support at both ends

1 欧拉压杆失稳模型

压杆稳定性问题是材料力学中的一个经典研究课题,其基本力学模型是如图2(c)所示的两端铰支约束的压杆,它是欧拉压杆模型中的一种。根据压杆失稳公式的建立过程,其主要有以下特点及假定:①杆件在长度方向上的尺寸远远大于其在横截面方向上的两个尺寸;②忽略杆重;③材料处于线弹性状态(仅考虑弹性失稳)。

根据以上假定欧拉压杆模型的临界失稳压力公式为:

$$p_{cr} = \pi^2 EI / (\mu l)^2 \quad (1)$$

式中: p_{cr} ——杆件失稳时的临界压力;

E ——材料弹性模量;

I ——横截面惯性矩;

l ——压杆长度;

μ ——长度系数,它与压杆两端的约束形式有关,当两端铰支、一端固定一端铰支、两端固定和一端固定一端自由时,其值分别取为1.0、0.7、0.5和2。由此可见,长度系数 μ 随着杆端约束条件而变,杆端约束越强, μ 越小,临界压力越高,表明杆件抵抗失稳的能力越强。

2 直立岩层在自重作用下失稳问题的力学模型

当直立岩层达到一定高度时,岩层就可能会发生失稳破坏,类似于前面所述的压杆失稳问题,因此有不少学者就直接套用经典的欧拉压杆理论,利用式(1)计算直立岩层的临界高度,并把岩层自重荷载等效为一个集中荷载作用于杆端。笔者认为

这是不合适的,其主要原因为:经典欧拉压杆失稳理论建立的前提条件是压杆在杆端受一集中荷载,且荷载作用线与杆件轴线重合;而直立岩层失稳则是主要是由于在重力作用下产生的(这里暂不考虑岩层顶部荷载及岩层侧向受到的粘结力等侧向荷载)。众所周知,重力荷载是一种分布荷载,它是沿岩层高度方向均匀分布的。可以看出二者的荷载条件明显不同,因此不能简单套用经典的欧拉压杆公式来求解直立岩层的临界高度,否则可能会造成严重的工程事故。因此下面就借鉴相关文献^[7]的研究思路,建立直立岩层在自重荷载作用下失稳问题的求解方法。

3 直立岩层在自重作用下失稳问题的求解

下面建立的直立岩层压杆失稳模型应满足以下假设条件:①岩层仅受自重荷载作用,在岩层顶部及两侧均不受力;②岩层底部与大地相连,可看做固定约束,而顶部自由。

根据上述假设,直立岩层在自重作用下失稳的力学模型可以简化为如图3(a)所示,即岩层上部自由,这里不考虑上部有约束及荷载作用的情况,下部与地面之间为固端约束,沿岩层高度方向受均布的自重荷载作用,并认为岩层沿高度方向其厚度是不变的,因此自重荷载集度是处处相等的。那么在自重荷载作用下岩层将产生向自由面方向的失稳。

首先建立如图3(b)所示的坐标系,并用能量方法求解模型的临界失稳压力。设岩层的线荷载集度为 q ,即单位长度岩层的重力。由图3(b)可知,岩层在自重作用下发生失稳时,其轴线将偏离原平衡位置,即 x 轴方向。设 v 为岩层弯曲时的挠度,其几何边界条件及力学边界条件为:

$$v|_{x=0} = 0; v|_{x=l} = \delta; v'|_{x=0} = 0 \quad (2)$$

由此可以假设满足以上几何边界条件和力学边界条件的挠曲线方程为:

$$v = \delta \left(\cos \frac{\pi x}{2l} - 1 \right) \quad (3)$$

层状岩体的变形能为:

$$U = \int_0^l \frac{EI}{2} (v'')^2 dx = \frac{EI\pi^4 \delta^2}{64l^3} \quad (4)$$

在 x 截面上沿挠曲线取微分长度 ds ,它由变形前的垂直位置变为变形后的倾斜位置,因而使 x 截面以上的

荷载 $q(l-x)$ 下降了一个距离:

$$d\lambda(x) = ds - dx = (\sqrt{1 + (v')^2} - 1)dx \quad (5)$$

利用牛顿二项式公式对上式进行展开,并略去高价小量后得到:

$$d\lambda(x) = \frac{1}{2}(v')^2 dx \quad (6)$$

于是岩层任一截面 x 处的轴向向下的位移量为 $\lambda(x)$, 即:

$$\lambda(x) = \int_0^x \frac{1}{2}(v')^2 dx = \frac{\pi^2 \delta^2}{16l^2} \left(x - \frac{l}{\pi} \sin \frac{\pi x}{l} \right) \quad (7)$$

由此可以得出岩层在自重荷载作用下的势能:

$$W = \int_0^l q\lambda(x) dx = \frac{\pi^2 - 4}{32} q\delta^2 \quad (8)$$

岩层在弯曲时的总势能为: $\Pi = U - W$, 再由最小势能原理 $\frac{\partial \Pi}{\partial \delta} = 0$, 可以解得:

$$P_{cr} = (ql)_{cr} = \frac{EI}{l^2} \cdot \frac{\pi^4}{2(\pi^2 - 4)} = 8.3 \frac{EI}{l^2} \quad (9)$$

为了便于与欧拉模型的计算结果进行比较,式(9)可以转化为欧拉形式:

$$(ql)_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(1.1l)^2} \quad (10)$$

由此可以求出直立岩层的极限长度为:

$$l = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 EI}{1.21q}} = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 EI}{12 \times 1.21\gamma t}} = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 Et^2}{14.5\gamma}} \quad (11)$$

其中: $q = \gamma t$, $I = \frac{1}{12}l^3$, γ 为岩石重度, N/m^3 ; t 为一个独立岩层的厚度, m; l 为岩层高度, m; 如图 2 所示。

因为本文研究的是二维问题, 因此取垂直于平面方向上的厚度为单位厚度。

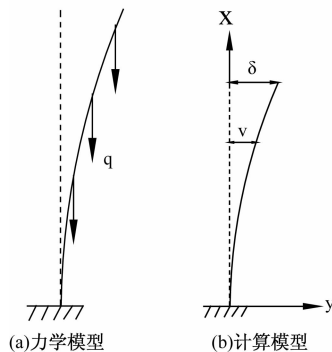


图3 直立岩层在自重作用下失稳模型

Fig. 3 instability model of the vertical rock layer under self-gravity

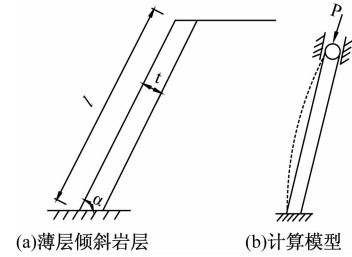


图4 薄层岩体边坡失稳算例

Fig. 4 the instability example of a thin layer rock slope

4 算例分析及讨论

由于本文的研究主要是针对某些文献中把层状岩层失稳力学模型简化为经典的欧拉压杆力学模型的欠合理性, 即把引起岩层失稳的荷载——岩体自重作为集中荷载作用于岩层顶板而开展的, 因此这里就引用文献[6] P165 的算例进行对比分析。如图 4(a) 所示, 组成斜坡岩层的厚度不大, 沿岩层倾向方向有顺层节理发育, 即岩体沿结构面成长薄板状分布。该板状岩体在沿坡向的重力分量作用下, 可使岩层产生弯曲破坏。文献[6] 引用压杆稳定性理论推导出了边坡岩层不发生失稳破坏的极限长度 l 为^[6]:

$$l = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 Et^2}{6\gamma(\sin\alpha - \cos\alpha \tan\phi)}} \quad (12)$$

其中: γ 为岩石容重; α 为岩层倾角; t 为岩层厚度。

由于本文研究的是直立岩层, 所以对于直立岩层, 式(12)可简化为:

$$l = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 Et^2}{6\gamma}} \quad (13)$$

若 $E = 350 \text{ MPa}$, $\gamma = 2530 \text{ kg/m}^3$, $t = 0.63 \text{ m}$, $\phi = 30^\circ$, 由式(13)可得岩层边坡的极限高度为 44.9m, 而由本文推导出的公式(11)可得岩层边坡的极限高度为 33.5m, 即仅约为式(13)计算结果的 75%。同时由式(11)、(13)可以看出, 二者仅差一个系数, 即由式(11)计算出的临界高度恒约为式(13)的 75%。所以可以认为由式(13)计算出来的结果偏于危险, 可能会导致工程事故的发生。

另外由压杆稳定理论可知, 欧拉压杆公式仅适用于大柔度杆, 那么对于岩层来说, 只有当其柔度 $\lambda =$

$\frac{\mu l}{i} > \lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$ 时, 其中 σ_p 为岩石弹性极限应力, 其他符号意义同前, 应用该公式才能得到比较合理的结果。同时由前面的讨论可知, 直立岩层边坡的破坏形

式有多种,那么在应用相关的公式前首先应该根据现场边坡的实际可能破坏情况,分析其破坏模式和破坏机理,然后选择相应的计算方法和公式进行求解,否则得到的只能是毫无实际工程意义的数值游戏。

参考文献:

- [1] Cavers D S. Simple methods to analyze bulking of rock slopes [J]. Rock Mechanics, 1981, 14:87-104.
- [2] 孙广忠,孙毅. 岩体力学原理[M]. 北京:科学出版社, 2011.
SUN Guangzhong, SUN YI. Principle of rock mass mechanics [M]. Beijing: Science Publishing House, 2011.
- [3] 孙强,朱术云,薛雷,等. 力矩效应对顺层岩质边坡稳定性的影响[J]. 煤炭学报,2011,33(5):762-765.
SUN Qiang, ZHU Shuyun, XUE Lei, etc. The instability analysis of bedding rock slope based on moment of force [J]. Journal of China Coal Society, 2011, 33(5): 762-765.
- [4] 林杭,曹平,李江腾,等. 层状岩质边坡破坏模式及稳定性的数值分析[J]. 岩土力学,2010,31(10):3300-3304.
- [5] 张天军,李云鹏. 直立顺层边坡的粘弹性稳定性分析[J]. 力学与实践,2003,25(6):51-54.
ZHANG Tianjun, Li Yunpeng. Linear viscoelasticity stability analysis of bluff rock slope [J]. Mechanics in Engineering, 2003, 25(6):51-54.
- [6] 肖树芳,杨淑碧. 岩体力学[M]. 北京:地质出版社, 1987.
XIAO Shufang, YANG Shubi. Rock mass mechanics [M]. Beijing: Geological Publishing House, 1987.
- [7] 张平占. BHA 受压失稳的模型及临界钻压公式[J]. 煤田地质与勘探,1995,23(5):59-62.
ZHANG Pingzhan. BHA's stability model and its critical load [J]. Coal Geology & Exploration, 1995, 23(5): 59-62.

Instability model of vertical layer rock slope and analysis of its critical height

LIU Hong-yan^{1,2}, LIU Ye¹, XING Chuang-feng¹, ZHANG Ji-hong^{3,4}

(1. College of Engineering & Technology, China University of Geosciences (Beijing), Beijing 100083;

2. School of Engineering, Tibet University, Lasha Xizang 850000;

3. School of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Shanxi Xi'an 710064;

4. Xi'an Engineering Investigation and Design Research Institute of China National Non-ferrous Metals Industry, Shanxi Xi'an 710064)

Abstract: According to instability failure mechanism of the vertical layer rock slope, its instability failure mode can be summarized as buckling failure and toppling failure. Buckling failure is similar to classic Euler pressure bar instability failure theory, between which there is much difference. On basis of stating the mechanical essence of their similarities and differences, the calculation formula of critical height, under which the vertical rock layer will not buckle to failure under self-gravity load, is deduced based on Euler pressure bar stability principle and energy method. Through comparison with other formulae proposed by others, it shows that the critical height of vertical layer rock layer calculated by the method proposed here is 75% that of other researchers.

Key words: vertical layer rock slope; Instability of pressure bar; self-gravity load; critical height