

DOI:10.16031/j.cnki.issn.1003-8035.2019.02.15

基于多元拟合方程的结构面粗糙度系数 JRC 估算

严 豪¹, 宋彦辉^{1,2}, 陈子玉¹, 师述橙¹, 戎 娟¹

(1. 长安大学地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054;

2. 西部矿产资源与地质工程教育部重点实验室, 陕西 西安 710054)

摘要: 本文以 BARTON 的标准粗糙度剖面为研究对象, 假定剪切方向为从左向右, 量取剖面曲线长 L 以及“爬坡”时的倾角 i_i 和与倾角相对应高差 h_i 、面积 S , 把不同的因素组合在一起, 用 MATLAB 对测得的数据进行拟合, 得到用来估算结构面粗糙度系数且不依赖于结构面长度的解析方程。结果表明: 剖面长度比和面积比组合得到的拟合方程较差, 剖面长度比、面积比和爬坡高组合得到的方程较好; 剖面长度比、倾角 i_i 和高差 h_i 三个指标的组合拟合方程最好, 可很好地反映结构面粗糙度, 拟合优度达 97.1%。

关键词: 岩体结构面; 抗剪强度; 节理粗糙度系数; 解析方程

中图分类号: P642.3; TD313

文献标识码: A

文章编号: 1003-8035(2019)02-0114-06

Estimation of structure surface roughness coefficient JRC based on multivariate fitting equation

YAN Hao¹, SONG Yanhui^{1,2}, CHEN Ziyu¹, SHI Shucheng¹, RONG Juan¹

(1. College of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710054, China;

2. Key Laboratory of Western Mineral Resources and Geological Engineering Ministry of
Education, Xi'an, Shaanxi 710054, China)

Abstract: This paper takes the standard roughness profile of Barton as the research object. Assuming the shear direction is from left to right, the length of the profile curve (L), the dip angle (i_i) of the “climb slope” and high difference (h_i) correspond to the dip angle, the area (S) were measured. By combining different factors, MATLAB was used to fit the data and acquire analytic equation, the equation was then used to estimate the roughness coefficient of the structural plane, which is not depends on the length of the structure. The results show that ratio of the length of the profile curve and area ratio combination of fitting equation is poorer; ratio of the length of the profile curve, area ratio and high difference combination equation is better; ratio of the length of the profile curve, dip angle and high difference, the combination of the three indicators of the fitting equation is best, can well reflect the structure surface roughness, the fitting degree is 97.1%.

Keywords: rock mass structure surface; shear strength; joint roughness coefficient; analytical equation

0 引言

岩体是由岩块和结构面网络组成的^[1], 对于岩质边坡或者洞室, 当岩块强度足够大时, 结构面的抗

剪强度成为控制其稳定性的关键因素^[2]。通常, 硬性结构面的抗剪强度可通过室内或野外原位试验来完成, 但两者均费时费力, 且受到试验条件的一定限制。因此发展基于野外调研、测量的经验抗剪强度

收稿日期: 2018-06-12; 修订日期: 2018-06-22

第一作者: 严 豪(1993-), 男, 硕士研究生, 地质工程专业, 主要研究方向是岩质边坡的稳定性。E-mail: 2274774219@qq.com

估算方法成为过去多年众多研究者聚焦的领域,这其中,涉及到结构面的一个重要指标参数——粗糙度(JRC),它首先由BARTON首先提出,并经历了试验研究阶段、应用探索阶段、理论研究阶段以及应用研究阶段^[3],其中实验研究阶段以直剪试验^[4]和倾斜试验为主要研究方法。目前,BARTON^[5]提出的JRC-JCS模型具有很高的认可度,他给出的JRC-JCS模型表达式如下:

$$\tau_n = \sigma_n \tan \left[\psi_b + \text{JRC} \lg \left(\frac{\text{JCS}}{\sigma_n} \right) \right] \quad (1)$$

式中: τ_n ——结构面极限抗剪强度;

σ_n ——法向应力;

ψ_b ——基本摩擦角;

JRC——粗糙度;

JCS——结构面两壁岩体的单轴抗压强度。

把与标准剖面曲线进行对比得到的结构面JRC值带入公式(1),可以快速得到结构面的极限抗剪强度。相对于通过直剪试验得到结构面抗剪强度,节省了大量的人力、物力和时间,但是这个方法会因人的主观因素导致结果偏差,因为对于同一个结构面曲线,不同的人会有不一样的评判标准,从而就会得到不同的JRC值。

LI Y R等^[6]在2015年完善和提出多种计算结构面粗糙度的方法,包括:高度均方根法(RMS)、RMS的一阶导数法(Z_2)、节理剖面指标法(R_p);ZHENG BOWEN等^[7]在2016年提出了新的参数($\beta 100\%$)来表示结构面在循环剪切作用下的粗糙度;LI等^[9]在2015年提出分形维数法(D);JANG等^[10]在2014年提出结构函数法(SF);葛云峰等^[11]考虑了岩体结构面的各向异性,通过三维激光扫描,建立结构面的三维数字模型,然后通过虚拟光源,生成结构面表面出现光亮以及阴影分布的图片,并设定灰度阈值,最后用图像分割技术,提取大于灰度阈值的光亮部分,计算出结构面光亮面积所占百分比,再结合TSER等^[12]提出的公式计算JRC值;这些方法的精确度可能很高,但是对仪器和操作人员的技能要求也很高,在目前的实际中难以得到广泛的运用。李化等^[13]按平直状($0 \leq \text{JRC} \leq 8$)、波浪状($8 < \text{JRC} \leq 16$)和锯齿状($16 < \text{JRC} \leq 20$)三类结构面,用伸长率R和相对起伏度Ra联合反应JRC值;杜时贵等^[14]总结出了修正直边法公式;孙辅庭等^[15]关于Barton标准剖面与独立于离散间距的统计参数关系的研究等等。

上述的方法有的需要靠经验取JRC,也有的虽然结果比较精确,但是计算过程很复杂,难以在工程中广泛的应用;而在实际生产时实际工程当中,希望用简单简便、易操作的方法得到客观合理的数据,故本次研究旨在通过结构面的形态分析,建立测量得到简便、易测的结构面数据估算公式,从而定量估算JRC值并减少人为主观性造成的误差。

1 定量确定结构面粗糙度系数JRC

通过对BARTON标准剖面的观察,可以明显看到随着结构面起伏度、高差等因素的变化,JRC值也在改变,这就说明它们之间应该存在着一些数学关系,找到其中的规律,就能定量的计算岩体结构面的JRC值。

1.1 统计参数介绍

通过现场实测的结构面剖面曲线来得到需要的参数,是最直接有效的方法。为了适应野外作业,并且取得确实可信的结构面剖面曲线,目前采用的方法主要是接触打孔器测量^[16]和轮廓曲线仪测量^[17]等。已有研究表明,影响结构面粗糙度的因素很多,而不是由某个单一的因素决定,所以研究时需要统计多种剖面曲线数据。本文通过现有的BARTON标准剖面直接测量需要的数据,并假设方向从左向右。需要测量的数据(表1)包括结构面剖面直线长度 L_0 ($L_0 = 100 \text{ mm}$)曲线长 L 、“爬坡”时的坡度值 i_i 和起伏高差 h_i 、总面积 S_0 以及结构面剖面曲线与上边界围成的面积 S (图1)。由于第一条BARTON标准剖面曲线近与平直,故文中不涉及第一条BARTON标准剖面曲线。

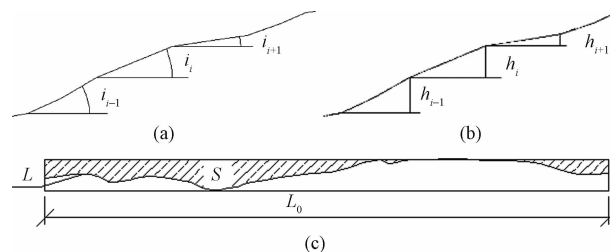


图1 参数含义示意图

Fig. 1 Schematic diagram of parameter meaning

1.2 拟合JRC的计算方程

把不同的影响因素进行组合,并通过MATLAB用最小二乘法进行数据拟合,再把数据带入拟合得到的方程中,计算出JRC值,然后与BARTON的JRC值对比。用拟合优度 R^2 表示回归方程拟合度(R^2 的取值

范围是 $[0,1]$, R^2 的值越接近 1, 说明回归方程拟合程度越好; 反之, R^2 的值越接近 0, 说明回归方程拟合程度越差), 当计算的 JRC 值误差太大时, 进行另外的组

合尝试, 直到误差在可以接受的范围时停止, 以求最终得到能简便、准确计算出 JRC 的方法。

表 1 Barton 标准剖面参数统计表
Table 1 Parameters of Barton standard profile

Barton 标准剖面编号	L_0/mm	L/mm	i			$\sum h_i/\text{mm}$	S/mm^2	S_0/mm^2
			$\bar{i}_i/(\circ)$	$\bar{i}_i(\text{rad})$	$\bar{i}_{\max i}(\text{rad})$			
2	100	103.254 6	10.60	0.185 0	0.349 1	3.814 6	117.221 2	296.303 0
3	100	103.461 7	8.23	0.143 6	0.349 1	6.197 5	108.135 2	205.185 0
4	100	103.377 2	12.25	0.213 8	0.628 3	6.645 4	121.568 8	223.748 7
5	100	102.492 8	9.53	0.166 4	0.418 9	6.956 0	160.797 4	363.809 5
6	100	103.290 9	12.07	0.210 7	0.523 6	8.654 4	288.240 4	589.864 2
7	100	102.962 7	10.68	0.186 4	0.331 6	8.091 2	229.022 5	574.428 0
8	100	104.088 1	10.70	0.186 8	0.418 9	11.356 4	324.967 7	779.919 3
9	100	102.316 7	8.95	0.156 3	0.488 7	7.577 0	267.168 6	520.705 1
10	100	103.570 9	12.44	0.217 2	0.558 5	10.810 2	164.144 2	454.043 9

(1) 面积比和长度比组合法

首先, 利用 AutoCAD 最方便测量的关于 Barton 标准剖面曲线的两个参数: 面积和长度, 且全部采用比值的形式以达到使参数无量纲的目的。面积比是结构面剖面曲线与上边界围成的面积 S 与总面积 S_0 的比值; 长度比是结构面剖面曲线长 L 与直线段长度 L_0 的比值。

这是一个二元方程, 初步假设目标方程为:

$$\text{JRC} = f_1\left(\frac{L}{L_0}\right) + f_2\left(\frac{S}{S_0}\right) + c \quad (2)$$

并且令式中 L/L_0 为 x_1 ; S/S_0 为 x_2 。进过拟合, 得到方程如下:

$$\text{JRC} = \left| \frac{1\ 761.4x_1}{1 + 40\ 417x_1 - 1\ 058\ 840x_2} - 53.231\ 7x_2 + 37.11 \right| \quad (3)$$

并绘出拟合方程计算得出的 JRC 值 Barton 标准剖面的 JRC 界限值对比图 (图 2, 上和下实线表示 BARTON 标准剖面 JRC 值的上、下限, 红色虚线是拟合估算值, 下同)。图 2 中可以看出, 拟合得出的结果中 2、5 和 9 编号与 BARTON 标准剖面的 JRC 中值相差很大 (表 2), 特别是编号 9, 相差 7.3。存在如此大的误差, 表明拟合的方程不能应用于实践中; 用 SPSS 进行拟合优度计算, 程序在 30 次模型评估和 10 次导数评估后停止运行 (设置连续残差平方和之间的相对减少量最多为 1.0×10^{-8} , 下同), 得到拟合优度 $R^2 = 0.212$; 以上两点都说明只是这两组参数还不足以表达

岩体结构面的粗糙度。

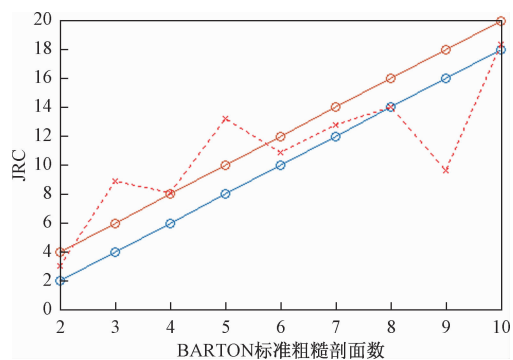


图 2 计算值与 Barton 值对比图

Fig. 2 Comparison of calculation value and BARTON value

表 2 计算值与 Barton 值对比表

Table 2 Comparison of calculation value and BARTON value

Barton 标准剖面编号	Barton 标准剖面中值	拟合方程计算值
2	3	2.9
3	5	8.9
4	7	8.1
5	9	13.2
6	11	10.9
7	13	12.8
8	15	14.0
9	17	9.7
10	19	18.4

(2) 面积比、长度比和爬坡总高组合法

考虑第一种组合中用两个因素的不足, 为了提高方程的可信度和实用性, 这里增加另一个因素——爬

坡总高。爬坡总高是沿着结构面剪切方向的爬坡高的和($\sum h_i$, 只计量爬坡而不计量下坡)。

方程由二元变为三元,初步假设目标方程为:

$$JRC = f_1\left(\frac{L}{L_0}\right) + f_2\left(\frac{S}{S_0}\right) + f_3\left(\frac{\sum h_i}{L_0}\right) + d \quad (4)$$

令式中 L/L_0 为 x_1 ; S/S_0 为 x_2 ; $\sum h_i/L_0$ 为 x_3 。

经过拟合后得到的方程为:

$$JRC = \left| \frac{1.206 \ 1x_3}{1 + 0.435 \ 2x_2 - 0.051 \ 6x_3} - 597.942 \ 1x_1 + 615.4 \right| \quad (5)$$

绘出拟合方程计算得出的 JRC 值与 BARTON 标准剖面的 JRC 界限值对比图(图 3)与(图 1)对比,增加了爬坡总高,图 3 中可以看到,用这三个因素拟合得出的结果相比用长度比和面积比两个因素得到的结果,跟 Barton 标准剖面中值的差值大幅度减小,其中以编号 5 差值最大,达到 3.6;编号 9 剖面结果次之,其余各剖面计算值都在上下界限内,与标准结构面剖面值基本一致(表 3);SPSS 程序拟合优度计算结果显示, $R^2 = 0.847$,相比于第一种组合也有了很大的提高。拟合方程计算值与 BARTON 中值越来越接近,这就表明增加爬坡高这一因素是可行的,但是仍然有两组剖面差值较大,需要进一步完善。

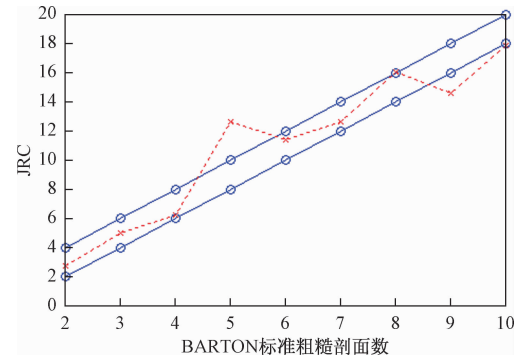


图 3 计算值与 BARTON 值对比图

Fig. 3 Comparison of calculation value and BARTON value

表 3 计算值与 BARTON 值对比表

Table 3 Comparison of calculation value and BARTON value

Barton 标准剖面编号	Barton 标准剖面中值	拟合方程计算值
2	3	2.7
3	5	5.0
4	7	6.2
5	9	12.6
6	11	11.4
7	13	12.7
8	15	16.0
9	17	14.6
10	19	17.9

(3) 长度比、角度和爬坡总高组合法

第一和第二种组合中,都存在面积比和长度比,但是拟合效果都不理想,为了不增加方程里的自变量,优先考虑用角度来替换面积比。角度指的是沿着结构面剪切方向爬坡时坡度的平均值和最大值。这时,总的来说有三类影响因素,但是角度又包含了平均值和最大值,这是两个参数,因此方程实际上是四元的。又由于在测量角度时,最大角度包含在测量数据中,所以本质上还是只需要测量三类参数。为了使公式里面各自变量纲统一,采用弧度表示角度。

初步假设目标方程为:

$$JRC = f_1\left(\frac{L}{L_0}\right) + f_2(\bar{i}) + f_3(i_{max}) + f_4\left(\frac{\sum h_i}{L_0} + e\right) \quad (6)$$

并且令式中 L/L_0 为 x_1 ; $\bar{i}$ 为 x_2 ; i_{max} 为 x_3 ; $\sum h_i/L_0$ 为 x_4 。经过调试后得到的拟合方为:

$$JRC = \left| \frac{0.123x_1}{1 - 3.532x_2 - 0.88x_3} + 278.65x_4 - 11.98 \right| \quad (7)$$

绘出拟合方程计算得出的 JRC 值与 BARTON 标准剖面的 JRC 界限值对比图(图 4)。图 4 中可以看出拟合得出的结果除了第十条剖面 JRC 值偏小,第五条偏大,但与 BARTON 中值的差值都不超过 1.3,其余跟 BARTON 标准剖面的 JRC 中值基本一致(表 4),表明用这几个参数可以很好的表达岩体结构面的粗糙度;用 SPSS 计算拟合优度(表 5),此时拟合优度已达到: $R^2 = 0.971$,因此,在这里我们不再考虑采用面积、长度、角度和爬坡高四个因素来拟合,因为这会得到一个五元的拟合方程,其形式过于复杂,违背了追求简便、准确这一目的。另外,与(1)和(2)相比,(3)中用角度替换了面积因素,从而得到了更符合 BARTON 标准剖面中值的方程,说明相比于面积因素,结构面的爬坡角度对其粗糙度的影响更大,也具有更好的数学关系;

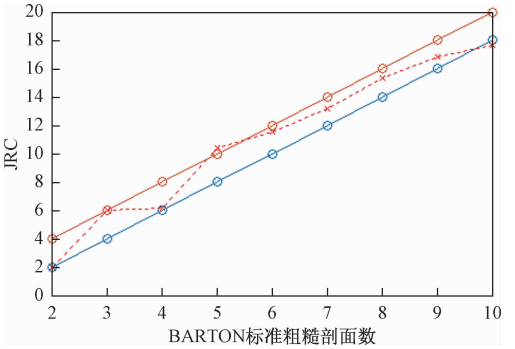


图 4 计算值与 BARTON 值对比图

Fig. 4 Comparison of calculation value and BARTON value

结构面曲线长因素存在于三组方程中,再结合拟合的方程,表明它跟结构面粗糙度成正相关,即相同的取样长度时,沿剪切方向的结构面剖面曲线越长,其粗糙度 JRC 值越大。

表 4 计算值与 BARTON 值对比表

Table 4 Comparison of calculation value and BARTON value

BARTON 标准剖面编号	BARTON 标准剖面中值	拟合方程计算值
2	3	1.9
3	5	6.0
4	7	6.1
5	9	10.3
6	11	11.5
7	13	13.1
8	15	15.1
9	17	16.1
10	19	17.7

表 5 迭代历史记录

Table 5 Iteration history

迭代 编号	残差	参数				
		a	b	c	d	e
1.0	7.108	0.123	-3.529	-0.882	278.65	-11.98
1.1	6.941	0.124	-3.528	-0.884	278.893	-11.988
2.0	6.941	0.124	-3.528	-0.884	278.893	-11.988
2.1	6.94	0.123	-3.53	-0.884	278.634	-11.975
3.0	6.94	0.123	-3.53	-0.884	278.634	-11.975
3.1	6.94	0.123	-3.531	-0.884	278.637	-11.977
4.0	6.94	0.123	-3.531	-0.884	278.637	-11.977
4.1	6.94	0.123	-3.532	-0.883	278.644	-11.979
5.0	6.94	0.123	-3.532	-0.883	278.644	-11.979
5.1	6.94	0.123	-3.532	-0.883	278.648	-11.98
6.0	6.94	0.123	-3.532	-0.883	278.648	-11.98
6.1	6.94	0.123	-3.532	-0.883	278.649	-11.98
7.0	6.94	0.123	-3.532	-0.883	278.649	-11.98
7.1	6.94	0.123	-3.532	-0.883	278.65	-11.98
源		平方和		自由度	均方	
回归		1 322.06		5	264.412	
残差		6.94		4	1.735	
未修正总体		1 329		9		
校正后的总变异		240		8		
因变量:JRC						
$R^2 = 1 - (\text{残差平方和}) / (\text{已校正的平方和}) = 0.971$						

2 结论

本文选取剖面长度比 L/L_0 、“爬坡”时的倾角 i_i 、倾角相对应高差 h_i 和面积比四个影响因素 S/S_0 , 并把不同的因素进行组合, 从而拟合结构面粗糙度系数的估算方程, 结果表明:

(1) 方程中采用的是结构面曲线长与平面长度的

比值, 所以得到的方程是不依赖于结构面取样长度的。

(2) 结构面曲线长与平面长度的比值以及结构面剖面曲线与上边界围成的面积 S 与总面积 S_0 的比值, 这两个因素跟结构面粗糙度没有很好的数学关系 ($R^2 = 0.212$), 对粗糙度影响不明显, 拟合得到的方程不够精确。

(3) 面积比、角度和爬坡高组合之后拟合出来的曲线与 BARTON 标准曲线中值具有较高的一致性 ($R^2 = 0.847$), 说明用这几个参数可以较好的体现岩体结构面的粗糙度。

(4) 根据文中三种组合方法的比较分析, 推荐使用长度比、平均角度、最大角度以及爬坡总高和 L_0 的比值组合的方法来计算岩体结构面的 JRC 值 ($R^2 = 0.971$)。

参考文献:

- [1] Hoek E. Strength of jointed rock masses [J]. Geotechnique, 1983, 33 (3): 187 - 223.
- [2] 杜时贵, 胡晓飞, 郭霄, 等. JRC-JCS 模型与直剪试验对比研究 [J]. 岩土力学与工程学报, 2008, 27 (6): 2747 - 2753.
DU Shigui, HU Xiaofei, GUO Xiao, et al. Comparison of JRC-JCS model with direct shear test [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27 (6): 2747 - 2753.
- [3] 杜时贵. 岩体结构面粗糙度系数研究进展 [J]. 现代地质, 1995, 9 (4): 516 - 522.
DU Shigui. Research progress of surface roughness coefficient of rock structure [J]. Geoscience, 1995, 9 (4): 516 - 522.
- [4] BARTON N. Review of a new shear strength criterion for rock joints [J]. Eng Geol, 1973 (7): 579 - 602.
- [5] BARTON N, CHOUBEY V. The shear strength of rock joints in the theory and practice [J]. Rock Mech, 1977 (10): 1 - 54.
- [6] LI Y R, ZHANG Y B. Quantitative estimation of joint roughness coefficient using statistical parameters [J]. Rock Mech. Min. Sci, 2015, 77: 27 - 35.
- [7] ZHENG Bowen, QI Shengwen. A new index to describe joint roughness coefficient (JRC) under cyclic shear [J]. Engineering Geology, 2016 (8): 72 - 85.
- [8] ZHANG Guangcheng, MURAT Karakus, TANG Huiming, et al. Estimation of Joint Roughness Coefficient from Three-Dimensional Discontinuity Surface [J]. Rock Mech Rock Eng, 2017, 50 (6):

- 2535 – 2546.
- [9] LI Y R, HUANG R Q. Relationship between joint roughness coefficient and fractal dimension of rock fracture surfaces [J]. *Rock Mech. Min. Sci.*, 2015, 75: 15 – 22.
- [10] JANG H S, KANG S S, JANG B A. Determination of joint roughness coefficients using roughness parameters [J]. *Rock Mech. Rock. Eng.*, 2014, 47 (6): 2061 – 2073.
- [11] 葛云峰, 唐辉明, 黄磊, 等. 岩体结构面三维粗糙度系数表征新方法 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 33 (12): 2508 – 2517.
- GE Yunfeng, TANG Huiming, HUANG Lei, et al. New method for characterization of three-dimensional roughness coefficient of rock mass structure [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 33 (12): 2508 – 2517.
- [12] TSE R, CRUDEN D M. Estimating joint roughness coefficients [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 1979, 16 (5): 303 – 307.
- [13] 李化, 黄润秋. 岩石结构面粗糙度系数 JRC 定量确定方法研究 [J]. *岩土力学与工程学报*, 2014, 33 (8): 3489 – 3497.
- LI Hua, HUANG Runqiu. Research of quantitative determination of the surface roughness coefficient of rock structure [J], *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, 33 (8): 3489 – 3497.
- [14] 杜时贵, 陈禹, 樊良本. JRC 修正直边法数学表达式 [J]. *工程地质学报*, 2002, 10, 4 (2): 36 – 43.
- DU Shigui, CHEN Yu, FAN Benliang. JRC modified straight-edge mathematical expression [J]. *Journal of Engineering Geology*, 2002, 10, 4 (2): 36 – 43.
- [15] 孙辅庭, 余成学, 万利台. Barton 标准剖面 JRC 与独立于离散间距的统计参数关系研究 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2014, 33 (2): 3539 – 3544.
- SUN Futing, SHE Chengxue, WAN Litai. The relationship between the standard profile of Barton standard profile and the statistical parameter independent of discrete spacing [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, 33 (2): 3539 – 3544.
- [16] 吉锋. 一种新型的结构面起伏形态测量工具 – 接触打孔器的研制 [C] // 第三届全国岩土与工程学术大会论文集. [出版地不详]: [出版者不详], 2009: 113 – 117.
- JI Feng. The development of a new type of tools measuring joint surface morphology-contact hole puncher [C] // *Proceedings of the Third National Geotechnical and Engineering Science Conference*. [S. l.]: [s. n.], 2009: 113 – 117.
- [17] 杜时贵, 杨树峰, 姜舟, 等. JRC 快速测量技术 [J]. *工程地质学报*, 2002, 10 (1): 98 – 102.
- DU Shigui, YANG Shufeng, JIANG Zhou, et al. Fast measurement technology of JRC [J]. *Journal of Engineering Geology*, 2002, 10 (1): 98 – 102.

(上接第 82 页)

- [9] 高浩然, 朱卫兵, 王路军, 等. 大柳塔煤矿 52304 综采面过沟谷地形矿压显现实测 [J]. *煤炭工程*, 2013, 45 (10): 80 – 82.
- GAO Haoran, ZHU Weibing, WANG Lujun, et al. Site observation on mine pressure behavior when No. 52304 fully mechanized coal mining face passing through valley terrain in Daliuta mine [J]. *Coal Engineering*, 2013, 45 (10): 80 – 82.
- [10] 鞠金峰, 许家林, 王庆雄. 大采高采场关键层“悬臂梁”结构运动型式及对矿压的影响 [J]. *煤炭学报*, 2011, 36 (12): 18 – 19.
- JU Jinfeng, XU Jialin, WANG Qingxiong. Cantilever structure moving type of key strata and its influence on ground pressure in large mining height workface [J]. *Journal of China Coal Society*, 2011, 36 (12): 18 – 19.
- [11] 鞠金峰, 许家林, 朱卫兵. 浅埋特大采高综采工作面关键层“悬臂梁”结构运动对端面漏冒的影响 [J]. *煤炭学报*, 2014, 39 (7): 1197 – 1204.
- JU Jinfeng, XU Jialin, ZHU Weibing. Influence of key strata cantilever structure motion on end-face fall in fully-mechanized face with super great mining height [J]. *Journal of China Coal Society*, 2014, 39 (7): 1197 – 1204.
- [12] 钱鸣高. 岩层控制与煤炭科学开采文集 [M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2011.
- QIAN Minggao. *Strata control and coal mining* [M]. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 2011.